

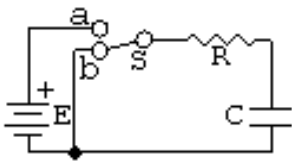
گزارش کار آزمایشگاه فیزیک (۲) الکتریسته

آزمایش شماره ۵

D.C. خازن در مدار

به نام خدا

تئوری آزمایش



می‌خواهیم رفتار یک خازن را، در یک مدار D.C. بررسی کنیم. برای این کار، آن را، مانند شکل روبرو، به همراه یک مقاومت به یک سرچشمه می‌بندیم. در مدار زیر، در لحظه‌ی وصل کلید به a، بار خازن صفر است. از این لحظه به بعد، خازن شروع به پر شدن می‌کند. با نوشتن KVL داریم:

$$E - Ri - \frac{q}{C} = 0, \quad E - R \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} = 0, \quad \frac{CE - q}{C} = R \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dt}{CR} = \frac{dq}{CE - q} \quad \int \frac{dt}{CR} = \int \frac{dq}{CE - q} \quad \frac{t}{CR} = -\ln(CE - q) \Big|_0^q = -\ln \frac{CE - q}{CE}$$

$$\frac{q}{C} = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \Rightarrow \begin{cases} V = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \\ q = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \end{cases} \xrightarrow{RC=t} \begin{cases} V = E \left(1 - e^{-\frac{t}{t}} \right) \\ i = \frac{dq}{dt} \rightarrow i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \end{cases}$$

در بالا، مقدار RC را برابر τ قرار می‌دهیم و آن را «ثابت زمانی خازن» می‌نامیم. یکای RC نیز، از جنس زمان است؛ چراکه، $\frac{[V]}{[I]} \times \frac{[I][t]}{[V]} = [t]$ ، $[t] = [RC] = [R][C]$. یک τ ، زمانی است که طول می‌کشد تا ۶۳٪ خازن پر شود (یا ۳۷٪ آن تهی شود؛ که پس از این، به آن پرداخته خواهد شد)؛ چراکه، می‌دانیم ولتاژ خازن پس از پر شدن، برابر نیرو محرکه‌ی سرچشمه می‌شود و اگر مقدار $\frac{V_c}{E}$ را، نمادی از میزان پر شدن خازن قرار دهیم، پس از یک ثابت زمانی، یعنی، $t = \tau = RC$ ، خواهیم داشت:

$$\frac{V}{E} = 1 - e^{-\frac{RC}{RC}} = 1 - e^{-1} = 1 - 0.367 = 0.63$$

از سوی دیگر، می‌دانیم که نمودار $V-t$ ، یک نمودار نمایی است و در بی‌نهایت به مجانبش، یعنی، خط $y=E$ میل می‌کند؛ بدین معنا که، در τ ثانیه‌ی یکم، ۶۳٪ خازن پر می‌شود و در τ ثانیه‌ی دوم، ۶۳٪ از مقدار باقی‌مانده، یعنی، 0.63×0.37 ، شارژ می‌شود و این، تا ابد ادامه می‌یابد. پس، در مدل ریاضی، خازن هیچگاه به طور کامل پر نمی‌شود؛ اما، در مدل فیزیکی، پس از 5τ ، خازن عملاً پر می‌شود؛ چراکه، $e^{-5} \leq 0.01$ ، که خطای اندازه‌گیری دستگاه‌های ماست؛ یعنی، عملاً، پس از پنج ثابت زمانی، شمارگان دستگاه ما ثابت می‌شود.

اکنون، اگر پس از 5τ یا بیشتر، که خازن ما کاملاً پر شده است و ولتاژ آن، برابر نیرومحرکه‌ی سرچشمه شده است، کلید را از a جدا کرده و به b بزنیم، خازن، آغاز به تهی شدن می‌کند. KVL را می‌نویسیم:

$$-Ri - \frac{q}{C} = 0, \quad -R \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} = 0, \quad -\frac{RC}{dt} = \frac{q}{dq} \quad -\frac{dt}{RC} = \frac{dq}{q}$$

$$-\int \frac{dt}{RC} = \int_{CE}^q \frac{dq}{q} \quad -\frac{t}{RC} = \ln \frac{q}{CE} \Rightarrow \begin{cases} q = CE e^{-\frac{t}{RC}} \\ i = \frac{dq}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \\ V = \frac{q}{C} = E e^{-\frac{t}{RC}} \end{cases}$$

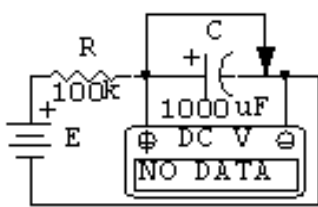
در اینجا نیز، مقدار RC را برابر τ قرار می‌دهیم و آن را «ثابت زمانی خازن» می‌نامیم. یک τ ، زمانی است که طول می‌کشد تا ۳۷٪ خازن تهی شود (یا ۶۳٪ آن پر گردد؛ که در بالا به آن پرداخته شد)؛ چراکه، پس از یک ثابت زمانی؛ یعنی، $t = \tau = RC$ ، خواهیم داشت:

$$\frac{V}{E} = e^{-\frac{RC}{RC}} = e^{-1} = 0.367 \quad 0.37$$

از سوی دیگر، این بار نیز نمودار $V-t$ ، یک نمودار نمایی است و در بی‌نهایت به مجانبش، یعنی، خط $y = 0$ میل می‌کند؛ بدین معنا که، در τ ثانیه‌ی یکم، ۳۷٪ خازن خالی می‌شود و در τ ثانیه‌ی دوم، ۳۷٪ از مقدار باقی‌مانده، یعنی، 0.63×0.37 ، خالی می‌شود و این، تا ابد ادامه می‌یابد. پس، در مدل ریاضی، خازن هیچگاه به طور کامل خالی نمی‌شود؛ اما، در مدل فیزیکی، پس از 5τ ، خازن عملاً خالی می‌شود؛ چرا که، $e^{-5} \leq 0.01$ ، که 0.01 ، خطای اندازه‌گیری دستگاه‌های ماست؛ یعنی، عملاً پس از پنج ثابت زمانی، شمارگان دستگاه ما ثابت می‌شود.

شرح آزمایش

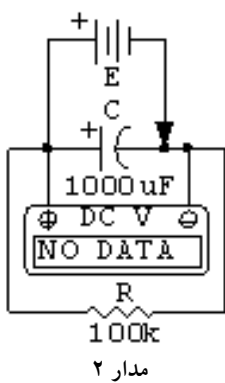
در این آزمایش، می‌خواهیم با اندازه‌گیری زمان پر یا خالی شدن خازن و اختلاف پتانسیل دو سر خازن، رابطه‌ی بین این دو را، بدست آوریم. از آنجا که ما در این آزمایش، نیاز به اندازه‌گیری زمان، بلافاصله پس از بستن مدار داریم، باید از یک کلید بهره‌بریم؛ اما، کلیدهای رایج، از لحاظ عملکرد، سریع نیستند و در این آزمایش، خطای ما را در اندازه‌گیری زمان، بسیار می‌افزایند؛ بنابراین، بهتر است در اینجا، از یک تکه سیم بهره‌بریم. آزمایش را در دو بخش پرشدن و خالی شدن انجام می‌دهیم.



مدار ۱

در بخش یکم، رفتار خازن را هنگامی که پر می‌شود، بررسی می‌کنیم. برای این کار از مدار ۱، بهره‌می‌بریم. در این مدار، خازن، به همراه یک مقاومت (مصرف‌کننده)، به سرچشمه‌ای با نیرو محرکه‌ی E وصل شده‌است. همچنین، ولت‌سنجی، برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل دو سر خازن، با آن موازی شده است. کلید ما، در اینجا، تکه سیمی است، که در بازه‌ی $t < 0$ دو سر خازن را اتصال

کوتاه کرده است. در این حالت، همه‌ی جریان، از این سیم می‌گذرد و بدین روش، خازن کاملاً خالی است. در لحظه‌ی $t = 0$ ، سیم را جدا و زمان‌سنجی را آغاز می‌کنیم؛ بدین روی، خازن کاملاً تهی، آغاز به پرشدن می‌کند. اکنون، در زمان‌های معین، ولتاژ خازن را اندازه‌گرفته و یادداشت می‌کنیم.



در بخش دوم، رفتار خازن را هنگامی که خالی می‌شود، بررسی می‌کنیم. برای این کار از مدار ۲، که در آن، خازن به یک مقاومت (، به عنوان مصرف‌کننده)، وصل و برای اندازه‌گیری ولتاژ آن نیز، با یک ولت‌سنج موازی شده است، بهره‌می‌گیریم. ما در محاسبه‌ها، نیاز به اختلاف پتانسیل آغازی دو سر خازن داریم؛ برای این کار دو سر خازن را در بازه‌ی زمانی $t < 0$ ، به سرچشمه‌ای با نیرومحرکه‌ی آشکار E ، وصل می‌کنیم. کلید ما در اینجا، تکه سیمی است، که خازن را به سرچشمه وصل کرده است. در لحظه‌ی $t = 0$ ، سیم را جدا و زمان‌سنجی را آغاز می‌کنیم. بدین روی، خازن با ولتاژ E ، آغاز به خالی شدن می‌کند.

اکنون، در زمان‌های معین، ولتاژ خازن را اندازه‌گرفته و یادداشت می‌کنیم. در این مدار، خازن، بلافاصله پس از پیوند به سرچشمه، پر می‌شود و نیازی به صبرکردن جهت رسیدن ولتاژ خازن به مقدار E نیست؛ زیرا، در حالت شارژ آغازی این مدار، $R = 0$ ؛ بنابراین، $t = RC = 0$ ؛ پس، خازن بلافاصله شارژ می‌شود.

برای درستی قضاوت ما در مورد خازن، باید مقدار زمان اجرای آزمایش، بزرگتربرابر ثابت زمانی باشد

$$(t \geq t = RC)$$

• چون از داده‌های این آزمایش، به رسم نمودار $V-t$ می‌پردازیم، برای آسانی آن، باید ثابت زمانی زیاد باشد؛ یعنی، مقدار RC زیاد باشد؛ پس، باید از مقاومت و خازنی با مقدار زیاد بهره‌ببریم. درباره‌ی خازن باید گفت، خازن‌ها چند دسته‌اند: خازن‌های عدسی، خازن‌های سرامیکی و خازن‌های الکترولیتی؛ که از میان آن‌ها، خازن‌های الکترولیتی بیشترین ظرفیت را دارند و بهتر است، در این آزمایش، از این گونه خازن‌ها بهره‌برد. اما، باید دانست که این خازن‌ها، دارای قطب (پلاریته) هستند و در نصب آن‌ها باید به آن توجه کرد؛ در غیر این صورت، خازن آسیب می‌بیند. از این گفته‌ها، روشن است که در مدارهای $A.C.$ ، از خازن‌های الکترولیتی بهره‌گرفته نمی‌شود.

داده‌ها و محاسبه‌ها

$$R = 100 \text{ k}\Omega, C = 1000 \text{ }\mu\text{F}, E = 11/52 \text{ v}, V_{\text{شارژ}} = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \text{ رابطه‌ی ۱}, V_{\text{دشارژ}} = E e^{-\frac{t}{RC}} \text{ رابطه‌ی ۲}, \tau = RC = 100$$

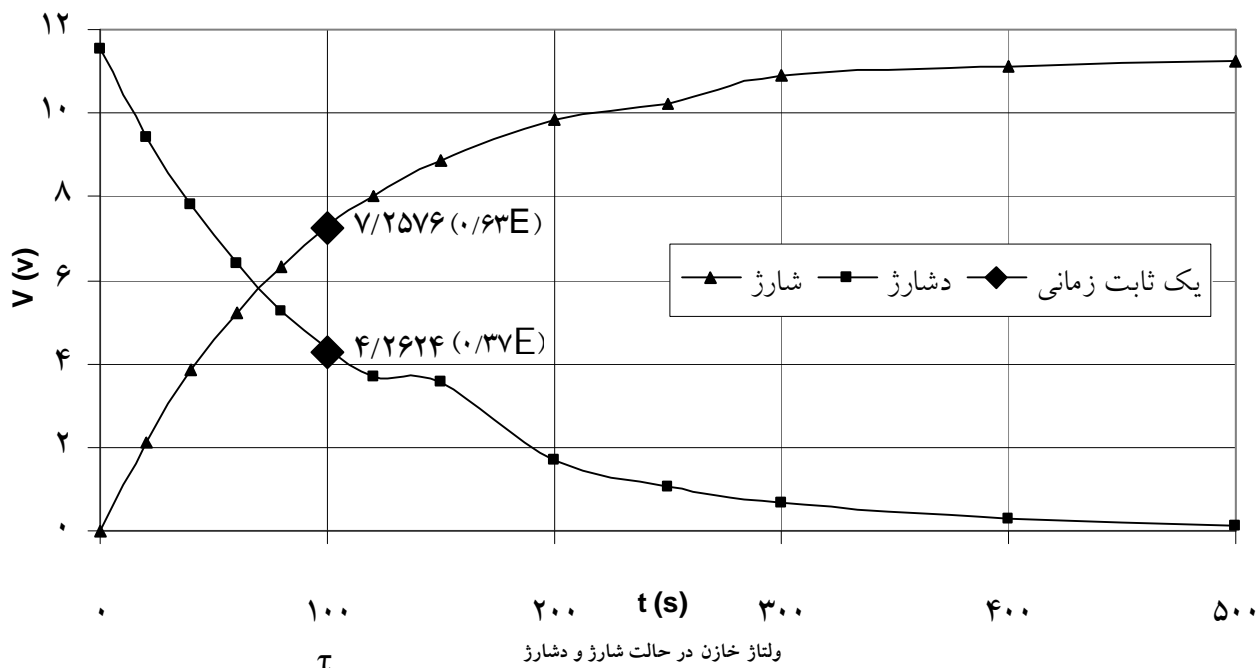
پس، کمینه زمان آزمایش، باید $5\tau = 500$ ثانیه باشد.

• بخش یک - شارژ

t (s)	0	20	40	60	80	100	120	150	200	250	300	400	500
V_c (v)	0	2/14	3/84	5/21	6/33	7/27	8/00	8/86	9/83	10/22	10/90	11/12	11/25
از رابطه‌ی ۱	0	2/09	3/80	5/19	6/34	7/28	8/05	8/94	9/96	10/57	10/94	11/30	11/44

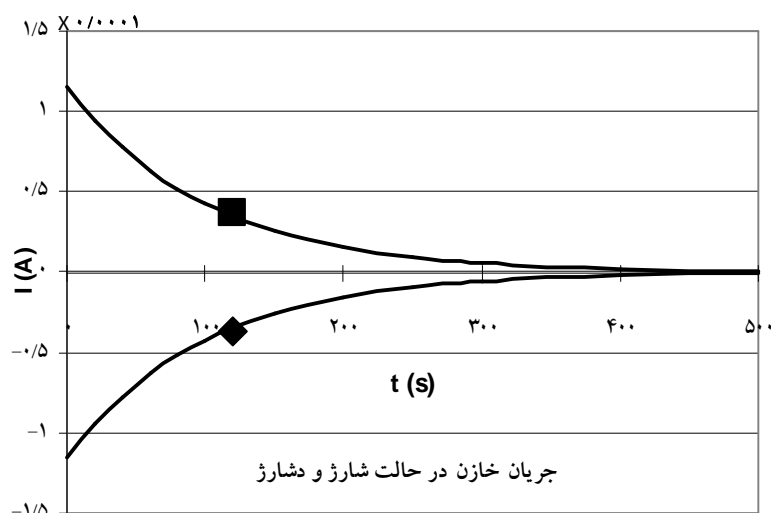
• بخش دو - دشارژ

t (s)	0	20	40	60	80	100	120	150	200	250	300	400	500
V_c (v)	11/52	9/40	7/79	6/41	5/27	4/36	3/57	3/70	1/68	1/05	0/67	0/28	0/12
از رابطه‌ی ۲	11/52	9/43	7/72	6/32	5/18	4/23	3/46	2/6	1/55	0/94	0/57	0/21	0/08



پاسخ پرسش‌ها

- ۱- در بخش «تئوری آزمایش» انجام شده است.
- ۲- در بخش «تئوری آزمایش» پاسخ گفته شده است.
- ۳- در بخش «تئوری آزمایش» ثابت شده است.
- ۴- در بخش «شرح آزمایش» و «داده‌ها و محاسبه‌ها»، «بخش یک» انجام شده است.
- ۵- در بخش «شرح آزمایش» و «داده‌ها و محاسبه‌ها»، «بخش دو» انجام شده است.
- ۷- در بخش «نمودار» رسم شده است. همچنین، داریم، $\tau = RC = 100$ ، یعنی، $C = 10^{-3} F$ یا $C = 1000 \mu F$ یا $10^{-3} F$.



۹- از دانسته‌های خود درباره‌ی خازن

داریم $q = CV$ ؛ بنابراین،

$$\frac{dq}{dt} = C \frac{dV}{dt} \quad i = \frac{dq}{dt} \rightarrow i = C \frac{dV}{dt}$$

؛ پس، $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$ و این، نموداری

نمایی، با مجانب $y=0$ است.