

# گزارش کار آزمایشگاه اندازه‌گیری و مدار

آزمایش شماره ۶

## مدار $RLC$ سری

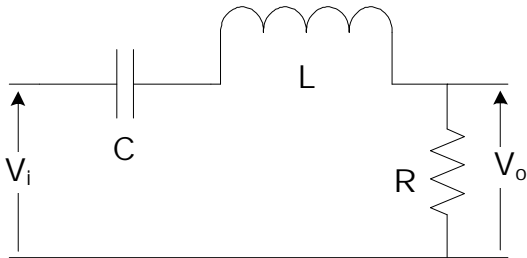
خروجی مقاومت

## به نام خدا

### تئوری آزمایش

به هر مداری که در آن ترکیبی از مقاومت،

خازن و القاگر به کار رفته شده باشد، مدار RLC گفته می شود. مدارهای RLC، در فرکانسی برابر فرکانس طبیعی آن‌ها، ویژگی جالبی از خود نشان می دهند، که به این فرکانس، «فرکانس تشدید» گفته می شود. در واقع در فرکانس تشدید، بخش موهومی



امپدانس مدار صفر می شود؛ یعنی، در این فرکانس، امپدانس های خازن و القاگر، همدیگر را خنثی می کنند. مدار مقابل یک مدار RLC سری با خروجی مقاومت می باشد. می خواهیم رفتار مدار روبرو را در فرکانس های گوناگون، به ویژه در نزدیکی فرکانس تشدید آن، بررسی کنیم.

#### بررسی کیفی کارکرد مدار:

$$f \rightarrow 0 \Rightarrow Z_c = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow \infty \Rightarrow V_o = 0 \quad f \rightarrow \infty \Rightarrow Z_c = j\omega L \rightarrow \infty \Rightarrow V_o \rightarrow 0$$

#### بررسی کمی کارکرد مدار:

هنگامی که یک موج سینوسی با دامنه  $V_{im}$  را به ورودی این مدار اعمال می کنیم، ولتاژ خروجی نیز یک موج سینوسی با همان فرکانس، ولی با دامنه متفاوت و اختلاف فاز نسبت به ورودی خواهد بود. یعنی، اگر ولتاژ ورودی را  $V_i(t) = V_{im} \sin \omega t = V_i R^0$  در نظر بگیریم، در خروجی خواهیم داشت  $V_o(t) = V_{om} \sin(\omega t + f) = V_o R^0$  طبق تقسیم ولتاژ داریم

$$V_o = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} V_i = \frac{R}{R + j\left(\omega L + \frac{j^{-1}}{\omega C}\right)} V_i$$

می شود، بدین روی به دست می آید:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad |V_o| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} |V_i| \quad f = \text{Arc tan} \left( \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R} \right)$$

در آزمایش پیشین  $Q_s = \frac{1}{\omega_s CR} = \frac{\omega_s L}{R}$  را شناختیم. از این رابطه و رابطه های بالا می توان نوشت:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + j \left( \frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega C} \right)} = \frac{1}{1 + j \left( \frac{\omega_s L}{\omega_s R} \times \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{1}{\omega C} \times \frac{\omega_s}{\omega_s} \right)}$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + j Q_s \left( \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right)} \quad |V_o| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_s^2 \left( \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right)^2}} |V_i| \quad f = \text{Arc tan } Q_s \left( \frac{\omega_s}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_s} \right)$$

در این روابط کاملاً آشکار است، چنانچه فرکانس ورودی ناچیز باشد، (چون

چون  $f \approx 90^\circ$  و  $V_o \approx 0$  ( $f \rightarrow 0 \Rightarrow \omega = \omega_s \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s \omega} \rightarrow -\infty$  و اگر فرکانس ورودی زیاد باشد، (چون

اما، بیاییم رفتار مدار را در نزدیکی فرکانس  $f \approx -90^\circ$  و  $V_o \approx 0$  ( $f \rightarrow \infty \Rightarrow \omega = \omega_s \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s \omega} \rightarrow \infty$

تشدید بررسی کنیم. در فرکانس تشدید داریم:

$$\omega = \omega_s \rightarrow V_o = V_i, \quad f = 0^\circ$$

که  $Q_s$ ، فرکانس تشدید است. همچنین روشن است که در فرکانس تشدید با صفر شدن بخش موهومی امپدانس، امپدانس مدار، تنها، مقدار حقیقی خواهد داشت و به کمترین مقدار خود می‌رسد؛ بنابراین، جریان مدار به مقدار بیشینه‌ی خود خواهد رسید و برابر  $I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R}$  خواهد بود. به آسانی نیز می‌توانیم ولتاژ دو سر خازن (خروجی) و القاگر را در فرکانس تشدید به دست آوریم:

$$V_{CS} = Z_{CS} I = \frac{1}{\omega_s C R} \times V_i = Q_s \times V_i \quad V_{LS} = Z_{LS} I = \frac{\omega_s L}{R} \times V_i = Q_s \times V_i$$

با توجه به این رابطه‌ها می‌توان گفت اگر در فرکانس تشدید،  $Q_s > 1$ ، ولتاژ خروجی (خازن یا القاگر) تقویت شده‌ی ولتاژ ورودی است؛ یعنی، در این حالت، این مدار به صورت یک تقویت‌کننده‌ی ولتاژ عمل می‌نماید و شرط آن نیز چنین است:

$$Q_s > 1 \rightarrow \frac{L \omega_s}{R} > 1 \rightarrow L \frac{1}{\sqrt{LC}} > R \Rightarrow \boxed{R^2 < \frac{L}{C}}$$

از گفته‌های بالا می‌توان نتیجه گرفت که مدار RLC سری با خروجی مقاومت، یک صافی میان‌گذر است؛ پس، فرکانس قطع پایین و بالا برای آن تعریف می‌شود:

$$|A_v| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_s^2 \left( \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + Q_s^2 \left( \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right)^2}} = \frac{1}{2} \rightarrow Q_s^2 \left( \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right)^2 = 1 \rightarrow \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} = \frac{\pm 1}{Q_s}$$

$$\frac{1}{\omega_s} \omega^2 - \frac{1}{Q_s} \omega - \omega_s = 0 \quad \omega_h = \frac{\frac{1}{\omega_s} + \sqrt{\frac{1}{\omega_s^2} + \frac{4}{Q_s^2}}}{2} \quad \omega_l = \frac{\frac{1}{\omega_s} - \sqrt{\frac{1}{\omega_s^2} + \frac{4}{Q_s^2}}}{2} \quad BW = \omega_s \sqrt{\frac{1}{Q_s^2} + 4}$$

$$w_h = \frac{1}{2} \left( \frac{R}{L} + \sqrt{\frac{R}{L^2 C} + \omega^2} \right) \quad w_l = \frac{1}{2} \left( \frac{R}{L} - \sqrt{\frac{R}{L^2 C} + \omega^2} \right) \quad BW = \sqrt{\frac{R}{L^2 C} + \omega^2}$$

## روش آزمایش

در این آزمایش، ما می‌خواهیم رابطه‌ی بین فرکانس و گین خروجی و اختلاف فاز ورودی و خروجی را بررسی کنیم. به ورودی مدار یک موج سینوسی با دامنه ۲ ولت اعمال می‌کنیم. برای بدست آوردن فرکانس تشدید بدین روش عمل می‌کنیم: در فرکانس تشدید، در حالت ایده‌آل، مجموع امپدانس خازن و القاگر صفر می‌شود و روشن است که در این حالت اُفت ولتاژ در دو سر مجموعه‌ی خازن و القاگر صفر می‌شود؛ اما، در حالت واقعی، امپدانس کاملاً صفر نمی‌شود؛ بلکه، به مقدار کمینه‌ی خود می‌رسد؛ یعنی، ولتاژ دو سر مجموعه‌ی خازن و القاگر، کمینه می‌شود. از این نکته می‌توان فرکانس تشدید مدار را یافت. بنابراین، دو سر نوسان‌نما را به دو سر مجموعه‌ی LC می‌زنیم و فرکانس ورودی را آنقدر کم و زیاد می‌کنیم، تا ولتاژ این مجموعه کمینه شود و بدین روش، فرکانس تشدید عملی بدست می‌آید. (یا می‌توان فرکانس را آنقدر کم و زیاد که ولتاژ مقاومت بیشینه شود؛ چراکه در حالت تشدید با کاهش امپدانس مدار، جریان آن و در نتیجه ولتاژ مقاومت بیشینه می‌شود.) برای اندازه‌گیری  $V_o$  و  $\phi$ ، خروجی مدار را به یک کانال نوسان‌نما و ورودی مدار به کانال دیگر آن می‌زنیم و بدین روش هر دو پارامتر به دست می‌آید. این دو پارامتر را برای حالت تشدید مدار نیز به دست می‌آوریم.

## داده‌ها و محاسبات

$$V_i = 2 \sin \omega t \text{ V}, \quad R = 1 \text{ k}\Omega, \quad C = 33 \text{ nF}, \quad L = 16 \text{ mH}, \quad N = 710, \quad f_s = 6/9263 \text{ kHz}$$

$$f_h = 9123/8172 \text{ Hz}, \quad f_l = 823/3667 \text{ Hz}, \quad BW = 8300/4505 \text{ Hz}$$

- بررسی شرط تقویت‌کنندگی:

$$R^2 < \frac{L}{C} \quad 1000 < \sqrt{\frac{16 \times 10^{-3}}{33 \times 10^{-9}}} \quad 1000 > 696/31$$

پس این مدار تقویت‌کننده نیست.

- بدست آوردن  $Q_s$ :

$$Q_s \text{ تئوری} = \frac{w_s L}{R} = 0/1108 \quad Q_s \text{ عملی} = \frac{V_{C s}}{V_i} = ?$$

f (kHz)	عملی		تئوری	
	$ V_o $ (V)	$\phi$ (°)	$ V_o $ (V)	$\phi$ (°)
۱	۰/۴۲۰		۰/۴۱۴۳	۷۸/۰۴۳۷
۲	۰/۹۰۰		۰/۸۲۴۴	۶۵/۶۵۷۴
۳	۰/۱۸۰		۱/۲۱۵۹	۵۲/۵۵۹۵
۴	۰/۵۶۰		۱/۵۵۹۰	۳۸/۷۸۵۲
۵	۱/۱۵۰		۱/۸۱۵۶	۲۴/۷۹۳۲
۶	۱/۶۲۵		۱/۹۶۰۹	۱۱/۳۴۴۵
۶/۹۴۴۴۴ (تشدید عملی)	۱/۹۰۰		۲/۰۰۰۰	-۰/۲۰۸۴
۷	۱/۸۲۵		۱/۹۹۹۸	-۰/۸۴۴۱
۸	۱/۸۵۰		۱/۹۶۰۶	-۱۱/۳۸۶۴
۹	۱/۷۵۰		۱/۸۷۶۴	-۲۰/۲۴۹۲
۱۰	۱/۶۰۰		۱/۷۷۲۲	-۲۷/۶۱۰۵
۱۱	۱/۴۷۵		۱/۶۶۳۵	-۳۳/۷۱۹۰
۱۲	۱/۳۷۵		۱/۵۵۸۳	-۳۸/۸۱۵۵
۱۳	۱/۲۷۵		۱/۴۶۰۲	-۴۳/۱۰۳۹

نمودار

