

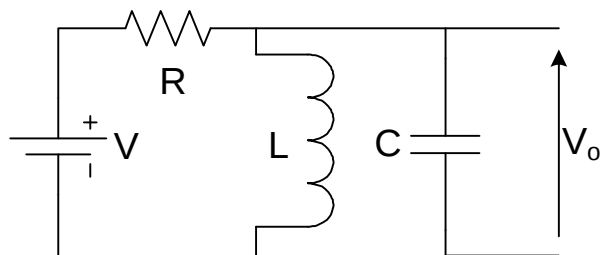
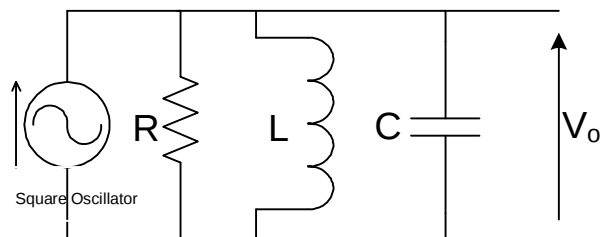
گزارش کار آزمایشگاه اندازه‌گیری و مدار

آزمایش شماره‌ی ۱۱

پاسخ گذرای مدار RLC موازی

به نام خدا

تئوری آزمایش



به هر مداری که در آن ترکیبی از مقاومت، خازن و القاگر به کار رفته شده باشد، مدار RLC گفته می شود. مدار مقابل یک مدار RLC موازی می باشد. می خواهیم رفتار مدار روپرو را در حالت گذرا بررسی کنیم. برای این مدار داریم:

$$v = v_C = v_L = v_R \text{ و } I = I_C + I_L + I_R$$

$$C \frac{dv}{dt} + \frac{1}{L} \int v dt + \frac{v}{R} = I \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{LC} v = I$$

مقدار $\alpha = \frac{1}{2RC}$ را با نام «ضریب میرایی» تعریف

می کنیم و مقدار $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ را که مجذور فرکانس

تشدید است، می شناسیم. معادله ی بالا را در حالت هم گن حل می کنیم:

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega^2 v = 0 \rightarrow s^2 + 2\alpha s + \omega^2 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}$$

اگر $\alpha^2 - \omega^2 > 0$ باشد، آنگاه خواهیم داشت $v(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$ ؛ به این حالت «فرا میرا» می گویند و شرط آن

چنین است $\alpha^2 > \omega^2 \rightarrow \frac{1}{4} \frac{R^2}{L^2} > \frac{1}{LC} \rightarrow R < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ در این مدار مقدار $R_c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ را به نام «مقاومت بحرانی» می شناسیم. پس:

$$v(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} ; R < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

نمودار آن یک نمایی است که به مقدار بیشینه می رسد و سپس، با ثابت زمانی به پایدار میل می کند.

اگر $\alpha^2 - \omega^2 = 0$ باشد، آنگاه خواهیم داشت $s_1 = s_2 = -\alpha$ و به این حالت «میرای بحرانی»

می گویند و شرط آن $R = R_c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ است. نمودار آن پس از بیشینه شدن، با ثابت زمانی به مقدار پایدار میل

می کند. پس:

$$v(t) = k t e^{-\alpha t} ; R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

اگر $a^2 - w_d^2 < 0$ باشد، آنگاه خواهیم داشت $s_{1,2} = -a \pm j\sqrt{a^2 - w_d^2} = -a \pm j\sqrt{w_d^2}$ و $v(t) = kte^{-at} \sin(w_d t + f)$ به این حالت «میرای نوسانی» می‌گویند؛ که w_d را به نام «فرکانس میرایی» تعریف می‌کنیم و شرط آن $R > R_c$ است. در نمودار آن یک پوش برای $\sin(w_d t + f)$ است. پس:

$$v(t) = kte^{-at} \sin(w_d t + f) ; R > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

با داشتن شرایط آغازین، چون ضربه نداریم، $v(0^-) = v(0^+)$ و $C \frac{dv(0)}{dt} = I_C(0)$ (یعنی، $\frac{dv(0)}{dt} = \frac{I_C(0)}{C}$) پاسخ معادله دیفرانسیل بدست می‌آید.

روشی آزمایش

در این آزمایش، می‌خواهیم پاسخ مدار را در هر سه حالت گفته‌شده بررسی کنیم؛ بنابراین، برای آسانی کار، بهتر است به جای مقاومت ثابت، پتانسیومتر به کار ببریم و با تغییر آن، هر سه حالت مورد نظر را ایجاد کنیم. همچنین، می‌خواهیم مقاومت بحرانی مدار را بدست آوریم، برای این کار در حالت بحرانی، پتانسیومتر را از مدار جدا کرده و مقدار آن را اندازه می‌گیریم و برای مقدار تئوری آن نیز از رابطه $R = R_c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ بهره می‌بریم و سرانجام خطای آن را بدست می‌آوریم. افزون بر این، ثابت زمانی مدار را می‌خواهیم بدست آوریم. برای این کار بهترین گزینه، بهره‌گیری از نمودار حالت میرایی نوسانی است؛ که داریم $t = \frac{t}{5}$ و برای حالت تئوری آن نیز رابطه $t = 2RC$ را به کار می‌گیریم و در پایان خطای آن را نیز بدست می‌آوریم.

داده‌ها و محاسبات

$ V_i = 2 \text{ V},$	$C = 100 \text{ nF},$	$L = 16 \text{ mH}$	
$R_{c(\text{تئوری})} = 200 \Omega,$	$R_{c(\text{عملی})} = 173/8 \Omega,$	$dR = -26/2,$	$\frac{dR}{R} = -13/1\%$
$t = 170 \mu\text{s},$	$\tau_{(\text{عملی})} = 34 \mu\text{s},$	$\tau_{(\text{تئوری})} = 40 \mu\text{s},$	$\frac{dt}{t} = -15\%$