

گزارش کار آزمایشگاه اندازه‌گیری و مدار

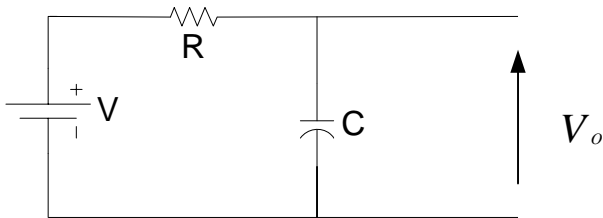
آزمایش شماره ۸

پاسخ گذرای مدار RC پایین‌گذر

به نام خدا

تئوری آزمایش

می‌دانیم مدارهایی که شامل اجزای ذخیره‌کننده‌ی انرژی مانند خازن یا القاگر هستند، با اعمال ولتاژ، همواره از حالتی گذرا گذر می‌کنند تا به حالت پایدار خود برسند و پاسخ کامل این مدار را می‌توان به صورت «پاسخ گذرا + پاسخ پایدار» نوشت. آنچه ما تا اینجا بررسی کردیم، مربوط به پاسخ پایدار مدارها بود. اکنون می‌خواهیم پاسخ گذرای چنین مدارهایی را بررسی کنیم. پیش از این پاسخ پایدار مدار RC پایین‌گذر را دیدیم. برای پاسخ گذرا، باید شرایط آغازین را صفر فرض کنیم. هنگامی که یک ولتاژ پله‌ای را به این مدار اعمال کنیم، جریان با مقدار بیشینه در مدار جاری می‌شود و ولتاژ خازن، با گذشت زمان افزایش می‌یابد؛ تا به مقدار نهایی خود، که برابر با ولتاژ سرچشمه است، برسد. با گذر زمان، با افزایش



تدریجی ولتاژ خازن، جریان مدار کم می‌شود و هنگامی که اختلاف پتانسیل دو سر خازن صفر شد، جریان مدار نیز به مقدار صفر می‌رسد.

با نوشتن KVL داریم:

$$RI_C + V_C = V \quad RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = V \quad V_C(t) = \underbrace{Ae^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{گذرا}} + \underbrace{B}_{\text{پایدار}}$$

با بررسی شرایط آغازین، $v_C(0^+) = v_C(0^-) = 0$ خواهیم داشت $A + B = 0$ و $B = V$ ؛ پس،

$$V_C(t) = V_o(t) = V \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

در بالا، مقدار RC را برابر τ قرار می‌دهیم و آن را «ثابت زمانی خازن» می‌نامیم. یکای RC نیز، از جنس زمان

است؛ چراکه، $[t] = [RC] = [R][C] = \frac{[V]}{[I]} \times \frac{[I][t]}{[V]} = [t]$. یک τ ، زمانی است که طول می‌کشد تا ۶۳٪ خازن

پر شود (یا ۳۷٪ آن تهی شود؛ که پس از این، به آن پرداخته خواهد شد)؛ چراکه، می‌دانیم ولتاژ خازن پس از

پر شدن، برابر نیرو محرکه‌ی سرچشمه می‌شود و اگر مقدار $\frac{V_C}{V}$ را، نمادی از میزان پر شدن خازن قرار دهیم، پس از

یک ثابت زمانی، یعنی، $t = \tau = RC$ ، خواهیم داشت:

$$\frac{V_C}{V} = 1 - e^{-\frac{RC}{RC}} = 1 - e^{-1} = 1 - 0.367 = 0.63$$

از سوی دیگر، می‌دانیم که نمودار $V-t$ ، یک نمودار نمایی است و در بی‌نهایت به مجانبش، یعنی، خط $y=V$

میل می‌کند؛ بدین معنا که، در τ ثانیه‌ی یکم، ۶۳٪ خازن پر می‌شود و در τ ثانیه‌ی دوم، ۶۳٪ از مقدار باقی‌مانده،

یعنی، $0.63 \times 0.37 = 0.23$ ، شارژ می‌شود و این، تا ابد ادامه می‌یابد. پس، در مدل ریاضی، خازن هیچگاه به طور کامل پر

نمی‌شود؛ اما، در مدل فیزیکی، پس از 5τ ، خازن عملاً پر می‌شود؛ چراکه، $e^{-5} \leq 0.01$ ، که خطای اندازه‌گیری

دستگاه‌های ماست؛ یعنی، عملاً، پس از پنج ثابت زمانی، شمارگان دستگاه ما ثابت می‌شود.

در این آزمایش، ما می‌خواهیم مقدار مقاومت را با اندازه‌گیری مقدار t در بی‌نهایت فیزیکی و با رابطه‌ی

$$R_x = \frac{t_x}{\Delta C} \text{ بدست آوریم.}$$

روش آزمایش

برای بررسی ولتاژ خروجی (در حالت گذرا)، دو سر نوسان‌نما به دو سر خازن می‌زنیم. با اعمال ولتاژ، خازن به فاصله‌ی زمانی کمی، پر شده و ولتاژ آن به مقدار پایدار خود می‌رسد؛ بنابراین، ما باید به روشی، خازن را وادار کنیم تا بارها، پر شود؛ تا ما نمودار آن را به درستی ببینیم. برای این کار، در ورودی از یک ولتاژ با موج مربعی بهره می‌بریم. در نیم‌دوره نخست موج، خازن پر می‌شود و در نیم‌دوره‌ی دوم آن، که ولتاژ ورودی صفر است، خازن تهی می‌شود و این پر و تهی شدن همچنان ادامه می‌یابد. بدین روش، نوسان‌نما، نمودار پر و تهی شدن خازن را نمایش می‌دهد؛ که در این آزمایش، ما تنها، نیاز به نمودار پر شدن داریم و می‌توانیم، گستره‌ی جاروب نوسان‌نما را چنان برگزینیم، که تنها، نمودار پر شدن را ببینیم و با این کار، دقت اندازه‌گیری نیز بیشتر می‌شود. بر روی این نمودار زمان جایی را که شیب نمودار به صفر نزدیک می‌شود، بدست می‌آوریم و این مقدار t_x خواهد بود.

داده‌ها و محاسبات

$$V_i = \nu \sin \omega t \text{ V, } C=100 \text{ nF,}$$

عملی			تئوری			
t (ms)	$\tau=t/\Delta$ (ms)	R (k Ω)	R (k Ω)	% $\frac{dR}{R}$	$\tau=RC$ (ms)	$t=\Delta RC=\Delta\tau$ (ms)
0/1	0/02	0/2	0/1	+100	0/01	0/05
0/45	0/09	0/9	1/2	-35	0/12	0/60
0/70	0/14	1/4	2/2	-36	0/22	1/10
0/80	0/16	1/6	3/3	-170	0/33	1/65
1/40	0/28	2/8	5/6	-50	0/56	2/80
1/44	0/29	2/9	6/8	-57	0/68	3/40
1/80	0/36	3/6	8/2	-56	0/82	4/10
2/00	0/40	4	10	-60	1/00	5/00
2/10	0/42	4/2	12	-48/75	1/20	6/00

نکته‌ها و برداشتها

- این آزمایش نیاز به دقتی بالایی دارد؛ بنابراین، گستره‌های نوسان‌نما را باید چنان برگزینیم که بزرگترین نمودار مطلوب نمایش داده شود.
- فرکانس، با اینکه هیچ تأثیری در پاسخ گذرای مدار ندارد؛ ولی، باید به گونه‌ای گزیده شود تا اجازه‌ی شارژ کامل را به خازن بدهد؛ چراکه در غیر این صورت، t به درستی به دست نمی‌آید. بنابراین، بهتر است از فرکانس‌های پایین‌تر بهره ببریم.