

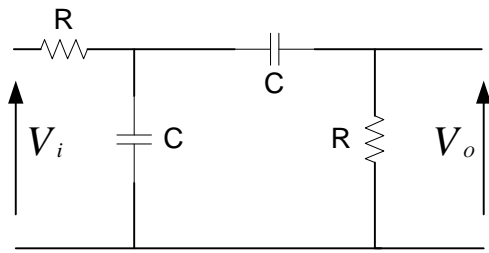
گزارش کار آزمایشگاه اندازه‌گیری و مدار

آزمایش شماره ۴

فیلتر میان‌گذر

به نام خدا

تئوری آزمایش



مدار شکل روبرو یک صافی میان‌گذر می‌باشد.

بدین معنا که، تنها فرکانس‌هایی در گستره‌ی معینی را از خود گذر می‌دهد و فرکانس‌های بیرون از این گستره را به شدت تضعیف می‌کند.

بررسی کیفی کارکرد مدار:

$$f \downarrow \rightarrow 0 \Rightarrow Z_c = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow \infty \Rightarrow V_o = 0$$

$$f \uparrow \rightarrow \infty \Rightarrow Z_c = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow 0 \Rightarrow V_o = 0$$

بررسی کمی کارکرد مدار:

هنگامی که یک موج سینوسی با دامنه‌ی V_{im} را به ورودی این مدار اعمال می‌کنیم، ولتاژ خروجی نیز یک موج سینوسی با همان فرکانس، ولی با دامنه متفاوت و اختلاف فاز نسبت به ورودی خواهد بود. یعنی، اگر ولتاژ ورودی را $V_i(t) = V_{im} \sin \omega t = V_i \mathbf{R}^0$ در نظر بگیریم، در خروجی خواهیم داشت

$$V_o(t) = V_{om} \sin(\omega t + f) = V_o \mathbf{R}^0 \quad \text{می‌دانیم } A_v = A_{v1} \times A_{v2} \text{؛ که } A_{v1} = \frac{1}{j\omega RC + 1} \text{ بهره‌ی ولتاژ نخستین}$$

صافی و $A_{v2} = \frac{j\omega RC}{j\omega RC + 1}$ بهره‌ی ولتاژ دومین صافی می‌باشد. بنابراین

$$A_v = \frac{j\omega RC}{(1 + j\omega RC)^2} = \frac{j\omega RC}{1 + 2j\omega RC - \omega^2 R^2 C^2} \quad \text{و } |A_v| = \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 4\omega RC}} \text{ در این رابطه، در}$$

فرکانس‌های پایین که $\omega RC = 1$ یا به بیانی دیگر $\omega RC \rightarrow 0$ ، A_v ؛ همچنین در فرکانس‌های بالا که $\omega RC \rightarrow \infty$ ، باز هم A_v ؛

در این مدار، با افزایش فرکانس ورودی، در آغاز V_o افزایش می‌یابد تا به مقدار بیشینه‌ی خود برسد؛ که به آن «فرکانس مرکزی» (f_0) می‌گویند؛ سپس، V_o رو به کاهش می‌گذارد تا به صفر برسد. از دیگر سو، همچنان که

برای فیلترهای پایین‌گذر و بالاگذر، از فرکانس قطع (که برابر فرکانسی است که آن $\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{2}}$) به عنوان معیاری

برای معین‌ساختن فرکانس‌های بالا و پایین آن فیلترها بهره‌برداریم؛ در اینجا نیز، برای فرکانس قطع، دو مقدار بدست می‌آید؛ که به مقدار بزرگ‌تر «فرکانس بالایی قطع» (f_h) و به مقدار کوچک‌تر «فرکانس پایینی قطع» (f_l) می‌گویند؛

که این دو مقدار معرف فرکانس‌های بالا و پایین در این مدار هستند.

- بدست آوردن فرکانس مرکزی: همچنان که گفتیم فرکانس مرکزی بیشینه‌ی نمودار V_o-f است. بنابراین داریم:

$$\frac{d|A_v|}{dw} = 0 \Rightarrow \boxed{w = \frac{1}{\sqrt{RC}}} \quad A_v(w) = \frac{j}{(1+j)^2} \quad \boxed{A_v(w) = \frac{1}{2}}$$

در این روابط کاملاً آشکار است، بیشینه‌ی ولتاژ خروجی، نصف ولتاژ ورودی خواهد بود.

- بدست آوردن پهنای باند: به مقدار $BW = f_h - f_l$ ، پهنای باند (Band Width) می‌گویند. از گفته‌های

بالا در می‌توان نوشت $|A_v(f_h)| = |A_v(f_l)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ؛ پس:

$$\frac{w^2 R^2 C^2}{(1-w^2 R^2 C^2)^2 + 4w^2 R^2 C^2} = \frac{1}{8} \rightarrow \frac{w^2 R^2 C^2}{(1+w^2 R^2 C^2)^2} = \frac{1}{8} \quad R^2 C^2 w^2 - 2\sqrt{2}RCw + 1 = 0$$

$$w_{l,h} = \frac{2\sqrt{2}RC \pm \sqrt{8R^2 C^2 - 4R^2 C^2}}{2R^2 C^2} = \frac{2\sqrt{2}RC \pm 2RC}{2R^2 C^2} = \frac{\sqrt{2} \pm 1}{RC}$$

$$w_l = \frac{0.41}{RC} \quad \boxed{f_l = \frac{6/5253 \times 10^{-2}}{RC}} \quad w_h = \frac{2.41}{RC} \quad \boxed{f_h = \frac{383/56 \times 10^{-2}}{RC}} \quad \boxed{BW = \frac{1}{pRC} \text{ (Hz)}}$$

- بدست آوردن اختلاف فاز:

$$f = 90^\circ - \text{Arc tan} \left(\frac{2wRC}{1-w^2 R^2 C^2} \right)$$

در این رابطه کاملاً آشکار است، چنانچه فرکانس ورودی ناچیز باشد، (چون $wRC = 2p f RC \rightarrow 0$ ، $f \rightarrow 0$)، $f \approx 90^\circ$ و اگر فرکانس ورودی زیاد باشد، $f \approx 0^\circ$.

روش آزمایش

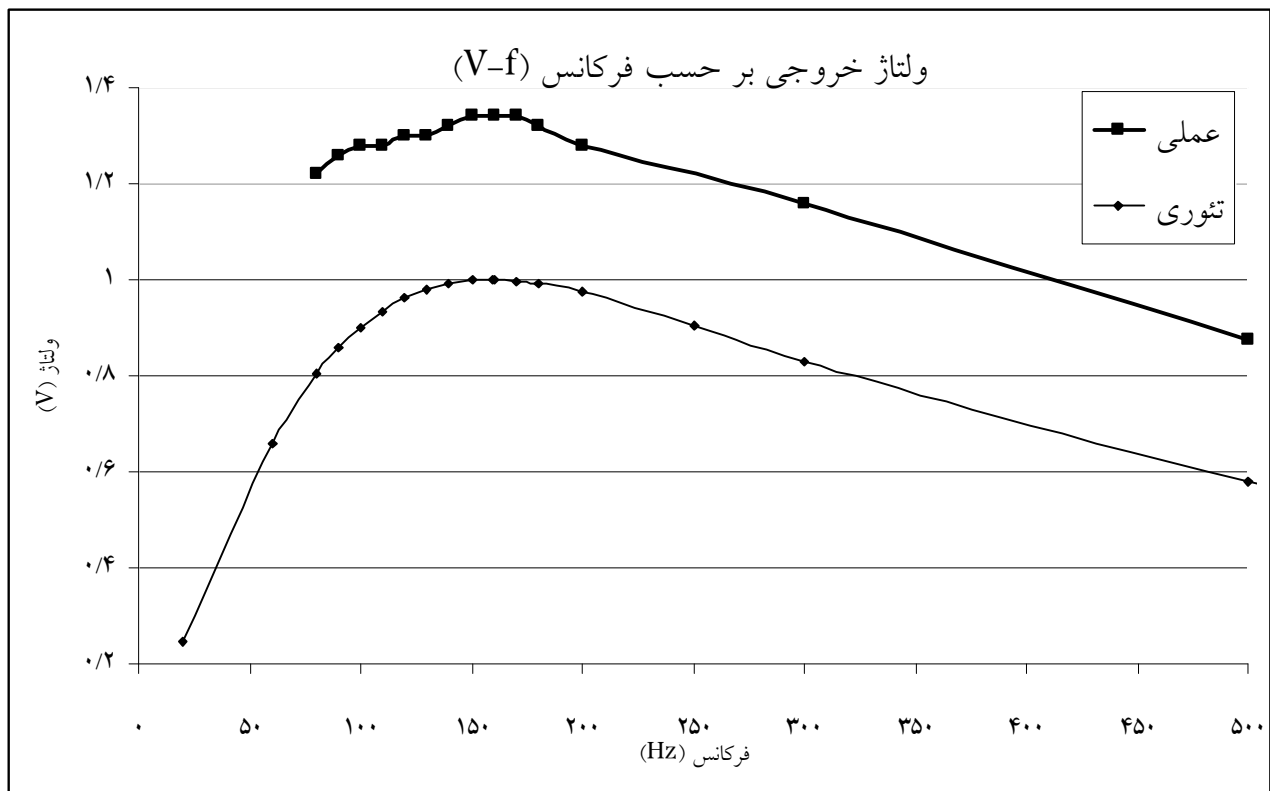
در این آزمایش، ما می‌خواهیم رابطه‌ی بین فرکانس و گین خروجی و اختلاف فاز ورودی و خروجی را بررسی کنیم. بنابراین نیاز به اندازه‌گیری V_o و ϕ داریم. به ورودی مدار یک موج سینوسی با دامنه ۲ ولت اعمال می‌کنیم و خروجی، مدار را به یک کانال اسیلوسکوپ و ورودی مدار به کانال دیگر آن می‌زنیم و بدین روش هر دو پارامتر را اندازه‌گیری می‌کنیم.

داده‌ها، محاسبه‌ها و نمودار

$$V_i = 2 \sin w t \text{ V}, \quad R = 10 \text{ k}\Omega, \quad C = 100 \text{ nF}, \quad f_0 = 159/15 \text{ Hz}$$

$$f_l = 65/25 \text{ Hz}, \quad f_h = 383/56 \text{ Hz}, \quad BW = 318/31 \text{ Hz}$$

| f (Hz) | عملی | | تئوری | |
|----------------|-------------|------------|-------------|------------|
| | $ V_o $ (V) | ϕ (°) | $ V_o $ (V) | ϕ (°) |
| ۸۰ | ۱/۲۲ | ۳۵/۹۷ | ۰/۸۰۲۵ | ۳۶/۶۲۶۷ |
| ۹۰ | ۱/۲۶ | ۳۱/۶۸ | ۰/۸۵۶۹ | ۳۱/۰۲۴۸ |
| ۱۰۰ | ۱/۲۸ | ۲۲/۹۴ | ۰/۹۰۱۰ | ۲۵/۷۱۶۱ |
| ۱۱۰ | ۱/۲۸ | ۱۷/۱۴ | ۰/۹۳۵۴ | ۲۰/۶۹۹۳ |
| ۱۲۰ | ۱/۳۰ | ۱۴/۵۷ | ۰/۹۶۱۴ | ۱۵/۹۶۸۷ |
| ۱۳۰ | ۱/۳۰ | ۱۴/۲۶ | ۰/۹۷۹۹ | ۱۱/۵۱۵۱ |
| ۱۴۰ | ۱/۳۲ | ۱۴/۱۴ | ۰/۹۹۱۸ | ۷/۳۲۷۳ |
| ۱۵۰ | ۱/۳۴ | ۱۱/۴۸ | ۰/۹۹۸۲ | ۳/۳۹۲۴ |
| ۱۵۹/۱۵ (تئوری) | - | - | ۱ | ۰ |
| ۱۶۰ | ۱/۳۴ | ? | ۰/۹۹۹۹ | ۱۷۹/۶۹۶۶ |
| ۱۷۰ | ۱/۳۴ | ? | ۰/۹۹۷۸ | ۱۷۶/۲۲۵۸ |
| ۱۸۰ | ۱/۳۲ | ۱۴۴ | ۰/۹۹۲۵ | ۱۷۲/۹۶۵۹ |
| ۲۰۰ | ۱/۲۸ | ۱۴۴ | ۰/۹۷۴۵ | ۱۶۷/۰۲۳۸ |
| ۳۰۰ | ۱/۱۶ | ۱۲۴/۱ | ۰/۸۲۸۰ | ۱۴۵/۸۹۳۴ |
| ۵۰۰ | ۰/۸۷۶۰ | ۱۰۳/۶ | ۰/۵۷۸۰ | ۱۲۵/۳۱۳۶ |



پایان